

## Синтез комбинационных самосинхронных электронных схем

Л. П. Плеханов

### 1. Введение

В статье рассматриваются строго самосинхронные (ССС) схемы КМДП-технологии. Эти схемы будут представляться в парафазном (ПФ) коде [1], так как иные представления приводят к чрезмерной сложности и не имеют практического значения.

Исходные, некодированные логические функции будем называть *моно-функциями, или М-функциями*. В результате синтеза каждой М-функции должны быть сопоставлены две сопряженные логические функции, реализующие ПФ-представление (ПФ-функции).

Общая задача синтеза ставится следующим образом. Имеется множество комбинационных М-функций, обеспечивающих заданное функционирование, и критерий оптимизации – быстродействие или затраты в транзисторах. Требуется получить множество ПФ-функций, обеспечивающих функционирование в ПФ-кодах, и функции индикаторов, обеспечивающих свойство самосинхронности [1]. Все функции должны быть реализуемы в самосинхронном базисе [2].

Подобная постановка и решение задачи в литературе отсутствует. Практически все существующие схемотехнические способы построения комбинационных СССР-схем изложены в [3] и кратко повторены в [1]. Эти способы описаны как идеи реализации и демонстрируют лишь принципиальную возможность решения задачи. Способы характеризуются повышенными затратами из-за неучета индицирующих свойств информационного канала. Характерная для них "огульная" индикация входов приводит к повышенным затратам не только за счёт элементов индикации, но и за счёт последующих неизбежных схем редукции [4]. Два из предложенных четырех способов подразумевают двухъярусную реализацию, что избыточно для КМДП-элементов. Еще одним общим недостатком упомянутых способов является отсутствие каких-либо возможностей оптимизации, не считая вариантов представления ДНФ.

Таким образом, существующие способы могут найти лишь ограниченное применение в синтезе.

### 2. Основные этапы синтеза

Основная идея синтеза состоит в том, что индикация входов, необходимая для самосинхронности, уже частично осуществляется в ПФ-функциях (информационном канале). Поэтому индикаторы следует строить таким образом, чтобы они индицировали не все изменения входов, а только те, что не индицируются в информационном канале.

В некоторых случаях отдельной индикации не требуется вообще. Например, пусть имеются три М-функции:

$$F_1 = \wedge(x_1 \ x_2 \ x_3),$$

$$F_2 = \wedge(x_1 \vee x_2 \vee x_3),$$

$$F_3 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3.$$

После перехода к ПФ-представлению все входные переменные индицируются на выходах, и специальных индикаторов не требуется. Экономия по сравнению со способами, приведенными в [1,3] при прочих равных условиях составит не менее 24 транзисторов.

Оптимальное построение рассматриваемых ССС-схем целиком, за исключением тривиальных, практически нереально. Поэтому, как и во всех подобных случаях, схема подходящим образом разбивается на фрагменты, каждый из которых синтезируется отдельно.

Будем называть *М-секцией* набор из одной или нескольких М-функций, подлежащих одновременной реализации в ССС-схему.

Соответственно определим *ССС-секцию* как объект синтеза, реализующий М-секцию и удовлетворяющий следующим условиям.

1) Она выполняет преобразования в ПФ-кодах. Ее входами являются ПФ-сигналы, выходами - ПФ-сигналы и индицирующие сигналы.

2) Заданные ПФ-входы должны индицироваться на выходах секции. Это значит, что секция может содержать индикаторные функции (*индикаторы*).

3) Все ПФ-функции и индикаторы должны реализовываться одним СС-базовым элементом [2] каждый, без каскадного соединения элементов.

4) Для всех ПФ-входов секции должно быть единое значение входного спейсера, а для всех выходов - единое значение выходного спейсера.

Из двух последних условий следует, что логические функции, описывающие ССС-секцию и реализуемые СС-базовыми элементами, должны быть все изотонными или все антитонными по всем переменным.

Синтез состоит из нескольких этапов.

#### 1. Каскадировка и балансировка.

На этом этапе исходное множество М-функций эквивалентно преобразуется с целью разбить его на подходящие последовательные каскады.

Здесь надо иметь в виду, что каждая исходная М-функция в дальнейшем будет преобразована в две ПФ-функции, для которых должно выполняться третье условие ССС-секции. Это обстоятельство накладывает ограничение на вид М-функций для синтеза.

На этом же этапе производится факторизация и выявление одинаковых подфункций для снижения общих затрат.

#### 2. Секционирование исходного описания.

Задача этого этапа - разбить исходные функции на М-секции - группы функций, которые будут затем синтезированы в ССС-секции каждая. Как и предыдущий, этап во многом определяет окончательные характеристики ССС-секций после синтеза. При разбиении следует учитывать, что маленькие секции, как правило, приводят к увеличению общих затрат, так как чем больше функций в секции, тем больше возможностей индицирования по информационному каналу. Однако увеличение числа функций приводит к усложнению ПФ-функций и индикаторов вплоть до невозможности их реализации. Практически число М-функций в секции можно выбирать до 4-6.

Один и тот же входной сигнал может попасть в разные параллельные секции. В этом случае его достаточно индицировать только в одной из них.

#### 3. Синтез ССС-секций.

На этом этапе каждая выделенная М-секция должна быть синтезирована в ССС-секцию.

4. Синтез схем редукции индикаторных сигналов [4].

При практическом синтезе возможны итеративные возвраты на предыдущие этапы для корректировки разбиения.

Этапы 1 и 2 не являются специфическими для ССС-схем, этап 4 описан в статье [4]. Поэтому далее будет рассматриваться только этап 3.

### 3. Табличный метод синтеза ССС-секций

Отметим, что переход от М-функций к ПФ-функциям не является однозначным и влияет на индикацию в секции.

Табличный метод позволяет одновременно выбирать подходящие ПФ-функции и детально отслеживать индикацию секции в целом и отдельных переходов в спейсер и в рабочую фазу. Также ясно видны возможности оптимизации как по быстродействию, так и по затратам.

Основной недостаток метода - экспоненциальная зависимость размера таблиц от числа входов секции. Однако, как известно, в обычном синтезе электронных схем табличные представления используются весьма широко.

По числу функций в М-секциях размер таблиц растёт линейно. Оценки показывают, что синтез М-секций с числом входов до 10 и любым числом выходов (функций) может быть успешно осуществлён на ПЭВМ среднего быстродействия (требования по памяти невелики). Как следует из опыта, для практических целей таких размеров М-секций более чем достаточно.

Исходными данными для синтеза будут:

- М-секция, то есть набор М-функций,
- значения входного и выходного спейсеров,
- указание индикации ПФ-переменных: какие из них должны индексироваться и как (полностью, в спейсере или рабочей фазе),
- критерий оптимизации: быстродействие или затраты.

Будем рассматривать специально построенную таблицу истинности  $T$ , в левой части которой будут находиться наборы входных ПФ-сигналов, в правой - значения на этих наборах искомым ПФ-функции и функций индикаторов.

Пусть  $N$  - число входов М-секции,  $M$  - число ее выходов (функций). Обозначим:

$x_i$  - входная переменная М-функций и ПФ-переменная,  $i = 1, \dots, N$ .

$y_i$  - ПФ-переменная, сопряжённая  $x_i$ ,

$U_m$  - ПФ-функция - выход ССС-секции,  $m = 1, \dots, M$ .

$V_m$  - то же сопряжённая  $U_m$ ,

$I_k$  - функция индикатора - выход ССС-секции,  $k = 1, \dots, K$ .

Будем различать следующие множества (зоны) входных наборов ПФ-функций в порядке следования:

- 1)  $S$  - спейсерный набор (единственный),
- 2)  $ZS$  - шаговая зона спейсера,
- 3)  $ZR$  - шаговая рабочая зона,
- 4)  $R$  - рабочая зона.

Шаговая зона спейсера представляет собой наборы, отличающиеся от спейсерного "на один шаг", то есть по одной переменной. Например, для двух

ПФ-переменных ZS-зона будет состоять из двух наборов: 01 и 10. Таким образом, число наборов (мощность) ZS-зоны составляет  $M(ZS) = 2N$ .

Рабочая зона - это все наборы, для которых  $x_i \neq y_i$ . Её мощность  $M(R) = 2^N$ . Например, при  $N = 2$  это будут наборы 0101, 1001, 0110 и 1010.

Шаговая рабочая зона - это наборы, отличающиеся "на один шаг" от рабочих. Зона состоит из  $N$  групп наборов, соответствующих каждой паре ПФ-переменных. В группу  $ZR_i$  входят наборы, для которых  $x_i = y_i = 0$ ,  $x_k \neq y_k$  при  $k \neq i$ . Например, при  $N = 2$  первая группа содержит наборы 0001 и 0010, вторая - 0100 и 1000. Мощность одной группы  $M(ZR_i) = 2^{N-1}$ , мощность всей зоны  $M(ZR) = N \cdot 2^{N-1}$ .

В таблицу T для синтеза достаточно поместить только зоны ZS и ZR. В зону ZS помещаются только наборы (строки), соответствующие переменным, подлежащим индикации в спейсере. Аналогично в зону ZR помещаются только группы строк, соответствующих индицируемому в рабочей фазе переменным.

Таким образом, максимальная сумма строк таблицы ограничена:

$$M(T) \leq 2N + N \cdot 2^{N-1}.$$

Принципиальным моментом табличного метода является монотонность всех ПФ-функций, вытекающая из теории индицируемости [1] и свойств КМДП-базовых элементов [2]. Для унификации метода примем значения спейсеров на входах и выходах секции  $s_1 = s_2 = 0$ . Другие варианты спейсеров приводятся к данному путём простых преобразований исходных функций и результатов синтеза.

При принятом условии все ПФ-функции становятся изотонными.

Обозначим  $E(A)$  сумму единиц в строке A правой части таблицы или в каждой из строк, если A - множество строк. Из изотонности функций и построения зон входных наборов вытекает справедливость неравенств:

$$E(S) = 0 \leq E(ZS) \leq E(ZR) \leq E(R).$$

Теперь можно сформулировать основные критерии метода - табличные условия индикации переменных. Эти условия являются табличной формой выражения булевых производных выходов секции по переменным в соответствующих фазах.

1) *Условие индикации перехода в спейсер какой-либо ПФ-переменной - наличие хотя бы одной единицы в строке этой переменной в зоне ZS:*

$$0 < E(ZS). \tag{1}$$

2) *Условие индикации перехода в рабочую фазу обеих переменных  $x_i$  и  $y_i$  - сумма единиц в каждой строке группы  $ZR_i$  меньше такой же суммы в зоне R:*

$$E(ZR_i) < E(R). \tag{2}$$

Процесс конструирования выходных функций связан с добавлением и удалением единиц в правой части таблицы. Установим свойства этих действий.

Будем говорить, что строка таблицы поглощает другую строку, если её входной набор поглощает входной набор другой строки, то есть набор второй строки содержит все единицы первой строки. В нашем случае строки в одной

какой-либо зоне могут поглощать только строки в других нижележащих зонах (внутри зон строки друг друга не поглощают).

Свойство изотонности функций влечёт за собой такие следствия.

1. Добавление единицы в какой-либо зоне  $ZS$  или  $ZR$  в строке  $A$  для функции  $Y$  вызывает автоматическое добавление единиц для этой же функции в нижележащих зонах  $ZR$  и  $R$  в строках  $A_k$ , поглощаемых строкой  $A$ .

2. Удаление единицы в зоне  $ZR$  в строке  $A$  автоматически приводит к удалению единиц во всех строках  $A_k$  вышележащей зоны  $ZS$ , поглощающих строку  $A$ . Удаление единицы в зоне  $ZS$  не вызывает удаления других единиц, так как выше лежит только спейсерный набор  $S$ .

Добавление единиц упрощает вид функции в форме ДНФ (так как поглощается ряд импликант) и уменьшает затраты при её реализации, но ухудшает условия индикации в зоне  $ZR$ .

Удаление единиц в целом усложняет вид функций, но улучшает условия индикации в зоне  $ZR$ .

Сущность табличного метода заключается в нахождении такой конфигурации единиц для ПФ-функций и индикаторов в правой части таблицы, чтобы при соблюдении необходимых ограничений обеспечить условия (1) и (2) и возможную оптимизацию.

#### 4. ССС-секция на вентильных элементах (без памяти)

В этом случае уравнения (1) и (2) должны выполняться одновременно.

Проиллюстрируем табличный метод на простом примере.

Задается М-секция:  $F_1 = x_1 x_2$ ,  $F_2 = x_2 x_3$ , спейсеры  $s_1 = s_2 = 0$ , все переменные должны быть полностью индцированы.

Для данной секции максимальное число индикаторов равно трем, и решение с таким их числом тривиально (отдельная индикация). Поэтому следует попытаться синтезировать секцию с одним и двумя индикаторами и сравнить результаты.

Синтез производится по шагам.

1) Получение начальных ПФ-функций и начальной таблицы.

$$U_1 = y_1 \vee y_2, V_1 = x_1 x_2,$$

$$U_2 = y_2 \vee y_3, V_2 = x_2 x_3.$$

Здесь и дальше на пустых местах таблиц подразумеваются нули.

В Табл. 1 примера необязательная зона  $R$  приведена для иллюстрации.

Табл. 1. Пример синтеза ССС-секции с одним индикатором

	$x_1$	$y_1$	$x_2$	$y_2$	$x_3$	$y_3$	$U_1$	$V_1$	$U_2$	$V_2$	$I_1$
ZS	1										1
		1					1				
			1								1
				1			1		<i>I</i>		
					1						1
						1			1		
ZR <sub>1</sub>			1		1					1	1
			1			1			1		1
				1	1		1		<i>I</i>		1
				1		1	1		1		
ZR <sub>2</sub>	1				1						1
	1					1			1		1
		1			1		1				1
		1				1	1		1		
ZR <sub>3</sub>	1		1					1			1
	1			1			1		<i>I</i>		1
		1	1				1				1
		1		1			1		1*		
R	1		1		1			1		1	1
	1		1			1		1	1		1
	1			1	1		1		1		1
	1			1		1	1		1		1
		1	1		1		1			1	1
		1	1			1	1		1		1
		1		1	1		1		1		1
		1		1		1	1		1		1

Из начальной таблицы примера (без учёта индикатора) видно, что переменные  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  не индицируются в спейсере, и ни одна из пар переменных не индицируется в рабочей фазе.

Далее последующие шаги могут итеративно повторяться.

2) Обеспечение индикации спейсера.

Недостающие для индикации спейсера единицы в зоне ZS могут добавляться только в функцию индикатора, поэтому в нашем примере необходим хотя бы один индикатор. Напомним, однако, что введение каждого индикатора требует затрат на редукцию от 4 до 12 транзисторов [4].

4) Обеспечение всей требуемой индикации.

На этом шаге необходимо добиться индикации рабочей фазы, не нарушая индикации спейсера и соблюдая ограничения реализации.

В Табл. 1 удалим единицы, выделенные курсивом, и задача с одним индикатором решена. Выпишем результат:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= y_1 \vee y_2, \quad V_1 = x_1 x_2, \\
 U_2 &= y_3 \vee y_1 y_2 \vee x_1 y_2 x_3, \quad V_2 = x_2 x_3, \\
 I_1 &= x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee y_1 y_2 y_3.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

#### 5) Минимизация и подсчёт критериев.

По результатам (3) подсчитаем критерии: максимальный индекс задержки и затраты в транзисторах. Затраты на редукцию по прием равными 6.

$$\begin{aligned} I_{\max} &= 4, \\ Z &= 34 + 6 = 40. \end{aligned} \tag{4}$$

Некоторые строки таблицы удовлетворяют условию индикации с запасом, что открывает возможность минимизации. В примере переместим единицу, помеченную звёздочкой в Табл. 1, из функции  $U_2$  в функцию  $I_1$ , что не нарушает никаких условий. Получим результат с меньшими затратами:

$$\begin{aligned} U_1 &= y_1 \vee y_2, V_1 = x_1 x_2, \\ U_2 &= y_3 \vee y_1 y_2 x_3 \vee x_1 y_2 x_3, V_2 = x_2 x_3, \\ I_1 &= x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee y_1 y_2. \\ I_{\max} &= 4, \\ Z &= 32 + 6 = 38. \end{aligned} \tag{5}$$

#### 5) Приведение к исходным спейсерам и получение конечного результата.

Для завершения примера приведём результаты синтеза с двумя и тремя индикаторами. Синтез с двумя индикаторами проводится аналогично и дает результат:

$$\begin{aligned} U_1 &= y_1 \vee y_2, V_1 = x_1 x_2, \\ U_2 &= y_2 \vee y_3, V_2 = x_2 x_3, \\ I_1 &= x_1 \vee y_1, \\ I_2 &= x_2 \vee x_3 \vee y_2 y_3, \\ I_{\max} &= 3, \\ Z &= 28 + 12 = 40. \end{aligned} \tag{6}$$

Для трёх индикаторов (отдельная индикация входов) результат получается непосредственно:

$$\begin{aligned} U_1 &= y_1 \vee y_2, V_1 = x_1 x_2, \\ U_2 &= y_2 \vee y_3, V_2 = x_2 x_3, \\ I_1 &= x_1 \vee y_1, \\ I_2 &= x_2 \vee y_2, \\ I_3 &= x_3 \vee y_3, \\ I_{\max} &= 2, \\ Z &= 28 + 18 = 46. \end{aligned} \tag{7}$$

Как видно, все три варианта (3 - 7) имеют различные характеристики, и выбор какого-либо из них зависит от критерия оптимизации.

## 4. ССС-секция с внутренней памятью

Особенностью данного типа секции является запоминание ее выходных наборов на период перехода между входными спейсерными и рабочими наборами.

По-прежнему рассмотрим спейсеры  $s_1 = s_2 = 0$ . Уравнения элементов в этом случае всегда изотонны и будут иметь вид триггерных уравнений:

$$Q = W \vee Q^- G, \quad (8)$$

где  $W$  - функция перехода в рабочую фазу,  $Q^-$  - предыдущее значение функции,  $G$  - функция перехода в спейсер.

Синтез будет проводиться отдельно для функций  $W$  и  $G$ .

На совокупность функций  $W$  секции накладывается условие:

$$0 \leq E(ZS) \leq E(ZR_i) < E(R). \quad (9)$$

Отличие от условий (1) и (2) состоит в том, что функции  $W$  не обязаны иметь единиц в зонах  $ZS$  и  $ZR$ . В остальном табличный метод здесь используется так же, как и для секций без запоминания.

Совокупность функций  $G$  должна подчиняться условию:

$$0 < E(ZS) \leq E(ZR_i) \leq E(R). \quad (10)$$

Поскольку функции  $G$  обеспечивают единицы на шаге от спейсера, они всегда будут иметь вид дизъюнкций входных ПФ-переменных. При их синтезе нет необходимости применять табличный метод, а более удобно пользоваться следующими двумя достаточными признаками, которые проверяются непосредственно.

1. Для индцирования какой-либо переменной в спейсере достаточно поместить её в обе  $G$ -функции одной пары сопряжённых ПФ-функций. При этом данную переменную можно исключить из  $G$ -функций остальных пар.

2. Для индцирования всех переменных в спейсере достаточно поместить в каждую  $G$ -функцию те переменные, от которых зависит выражение  $W$  этой же ПФ-функции.

Таким образом, при синтезе сначала следует обеспечить индикацию рабочей фазы, а затем - спейсера.

Рассмотрим прежний пример. В Табл. 2 (синтез функций рабочей фазы) звёздочками отмечены клетки для минимизации, в которые можно помещать единицы без нарушения функционирования и монотонности. Рядом в клетках показаны результаты минимизации с учетом условия (9).

Табл. 2. Пример ССС-секции с внутренней памятью (для рабочей фазы)

	x <sub>1</sub>	y <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	y <sub>3</sub>	U <sub>1</sub>	V <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	V <sub>2</sub>
ZS	1									
		1						*0		
			1							
				1				*0		*0
					1					
ZR <sub>1</sub>						1			*1	
			1			1				*1
				1	1			*0		*1
				1		1		*0		*1
ZR <sub>2</sub>	1				1					
	1					1				*1
		1			1			*0		
ZR <sub>3</sub>		1					*1			
	1			1				*1		*0
		1	1					*1		
		1		1				*1		*0
R	1		1		1		1		1	
	1		1			1	1			1
	1			1	1			1		1
	1			1		1		1		1
		1	1		1			1	1	
		1	1			1		1		1
		1		1	1			1		1
		1		1		1		1		1

Применяя приведенные выше достаточные признаки, получим окончательное решение:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= x_1 x_2 \vee U_1^- (x_1 \vee x_2), \\
 V_1 &= x_1 y_2 \vee y_1 x_2 \vee y_1 y_2 \vee V_1^- (x_1 \vee x_2 \vee y_1), \\
 U_2 &= x_2 x_3 \vee U_2^- (y_2 \vee x_3), \\
 V_2 &= y_3 \vee y_2 x_3 \vee V_2^- (y_2 \vee x_3).
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Реализовать ССС-секцию с внутренней памятью можно двумя способами: на вентильных базовых элементах и базовых элементах с памятью [2]. Первый способ даёт результат:

$$\begin{aligned}
 I_{\max} &= 4, \\
 Z &= 57.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Отметим, что в близком по идее способе "реализации на элементах типа Г-триггеров" [1,3] затраты составят 68 транзисторов.

При реализации на запоминающих базовых элементах необходимо добавить условие отсутствия сквозных токов, которое в нашем случае можно сформулировать так.

Для отсутствия сквозных токов в запоминающих базовых элементах необходимо наличие в каждой функции  $G$  хотя бы по одной переменной из каждой импликанты (конъюнкции) соответствующей функции  $W$ .

В нашем примере в решении (11) это условие выполняется везде, кроме последней ПФ-функции, в  $G$ -функцию которой надо добавить переменную  $u_3$ . В результате реализация будет иметь следующие показатели:

$$\begin{aligned} I_{\max} &= 4, \\ Z &= 38. \end{aligned} \tag{13}$$

На основе предложенного метода были разработаны две программы синтеза ССС-секций - в свободном базисе и в ограниченном базисе любой заданной библиотеки.

## 5. Выводы

Приведенный метод синтеза комбинационных ССС-секций позволяет точно и наглядно отследить и обеспечить индикацию переходов отдельно в рабочую фазу и спейсер, и на основе этого оптимизировать секции по быстрдействию и затратам.

## Литература

1. Автоматное управление асинхронными процессами в ЭВМ и дискретных системах. / Под ред. В.И.Варшавского. М.: Наука, 1986, 398с.
2. Плеханов Л.П. Базовые элементы самосинхронных схем КМДП-технологии // Системы и средства информатики. Вып. 11. М.: Наука, 2001. С. 316-320.
3. Аперiodические автоматы. / Под ред. В.И.Варшавского. М.: Наука, 1976. – 423с.
4. Плеханов Л.П. Индикация в самосинхронных электронных схемах. Обоснование и оптимизация. // Системы и средства информатики. Вып. 12. М.: Наука, 2002. С. 290-297.